RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES

Questions didactiques au service de la mise en œuvre des programmes

Que disent les programmes au cycle 3?

Introduction du thème « nombres et calcul » :

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles.

Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

Repères progressivité cycle 3

La résolution de problème :

La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux ;

le nombre d’étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves : selon les cas, à tous les niveaux du cycle 3, on passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l’énoncé à des problèmes, en 6ème, nécessitant l’organisation de données multiples ou la construction d’une démarche ;

les supports envisagés pour la prise d’informations : la collecte des informations utiles peut se faire à partir d’un support unique en CM1 (texte ou tableau ou représentation graphique) puis à partir de deux supports complémentaires pour aller vers des tâches complexes mêlant plusieurs supports en 6ème.

La communication de la démarche et des résultats prend différentes formes et s’enrichit au cours du cycle.

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l’objectif est d’automatiser la reconnaissance de l’opération en fin de cycle 3.

Compétences cycle 3 : lien avec la résolution de problèmes

Chercher • Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc. • S’engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. • Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
Modéliser • Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. • Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
Représenter • Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, …

Compétences cycle 3 : lien avec la résolution de problèmes

Raisonner • Résoudre des problèmes nécessitant l’organisation de données multiples ou la construction d’une démarche qui combine des étapes de raisonnement. • Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d’autrui. • Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.
Calculer • Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). • Contrôler la vraisemblance de ses résultats. • Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.
Communiquer • Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. • Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d’un autre et argumenter dans l’échange.

Préambule cycle 3 :

« Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maitrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.

Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques.

…

On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements. … »

Les problèmes arithmétiques: les regards combinés de la psychologie des apprentissages et de la didactique

- Questionner ces problèmes selon une typologie organisée comme suit:
  - *Les problèmes élémentaires (les « briques élémentaires de raisonnement »)*
  - *Les problèmes complexes*
  - *Les problèmes atypiques*

Retour sur les pratiques observées (le glissement qui s'est opéré de « faire résoudre des problèmes » à « apprendre à résoudre des problèmes » (méthodologie) :

- Les tâches préliminaires à la résolution (sélectionner les informations utiles, , inutiles, trouver la question…) ne sont pas efficaces.

Ces tâches sont simultanées au traitement du problème et ne constituent pas un préalable. Il n'existe pas une compétence générale consistant à résoudre n'importe quel problème !!

Des protocoles fantaisistes pourtant souvent proposés

Extrait de *Myriade 6eme*
2009, 2014
et 2016 p.241

Comment réussit-on à résoudre des problèmes ?

- Des problèmes élémentaires

Illustration: Il s’agit à chaque fois de calculer le nombre de tulipes dans un massif :

- a) un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes ;
- b) un massif de 60 rangées de 15 tulipes ;
- c) un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles ;
- d) 60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.

Ces énoncés de problèmes s’appuient sur le même contexte, la même structure syntaxique, posent la même question, mettent en jeu les mêmes nombres et pourtant ils relèvent d’opérations différentes.

Des problèmes a-typiques

Illustration:
Les châtaignes de Charles ©ARMT

Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand.
Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen.
Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier.
Combien de kg de châtaignes Charles a –t-il mis dans chaque panier ?
Combien de kg lui reste-il ?

Il s'agit d'une situation simple. Plusieurs techniques sont possibles (essais, erreurs…), mais la réponse est moins rapidement trouvée que celle des massifs de fleurs.

Les apports de la psychologie cognitive (Jean Julo)

Deux processus cognitifs entrent en jeu:

- Les **Processus représentationnels**

Le sujet construit une représentation cognitive (mentale) du problème. Le problème peut lui évoquer un problème autre, déjà résolu.

- Les **Processus opératoires**

Le sujet déclenche un traitement :

* ce traitement peut être inféré de sa mémoire s'il a reconnu d'une certaine façon le problème : *nous et les massifs de fleurs*

* s'il ne reconnait pas le problème , il lui faut construire une nouvelle stratégie : le *problème des châtaignes en cycle 3*

Attention : ces processus sont simultanés, ils interagissent ! C'est l'interaction de ces processus qui font réussir la résolution.

Qu’est-ce qu’une représentation?

« *Comprendre quelque chose serait, d’une manière ou d’une autre, construire une représentation de cette chose.* » Une représentation est le fruit d’une profonde activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations sur notre environnement fournies par nos organes sensoriels.

La représentation du problème ne se réduit pas à la compréhension de son énoncé.
La nature d’un problème engage un autre type de représentation.
« *Ce sont les relations complexes entre:*
- ***un but donné***
- ***les conditions de réalisation de ce but*** *(les contraintes et les aides qu’introduit l’auteur de l’énoncé) qui caractérisent ce qu’est un problème par rapport à d’autres situations de compréhension de texte.* »

La résolution de problèmes: un enjeu spécifique

C'est bien le fait de ***découvrir par soi-même*** *une solution que l'on n'entrevoyait pas dans un premier temps qui est l'enjeu de cette activité particulière ».*

Une recommandation: un modèle récursif

Résoudre un problème passe par la construction d’une représentation de ce problème et la réussite à ce problème enrichit notre mémoire des problèmes ... résolus.

Selon Julo, interviennent dans la résolution de problèmes des connaissances « *liées directement aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l’expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos* », ce qu’il désigne sous l’expression ‘schémas de problèmes’. « *Ce sont les représentations construites lors de la résolution de différents problèmes qui s’organisent progressivement en schémas de problèmes* ».

La mémoire des problèmes (sous forme de schémas de problèmes) que nous avons rencontrés et résolus joue un rôle décisif dans la façon dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre.

Pour un élève confronté à un problème, il y a deux possibilités extrêmes :

- Soit il active dès la lecture un schéma adéquat qu’il associe, voire adapte, au problème à résoudre

- Soit en l’absence d’instanciation d’un tel schéma, l’élève doit construire « de toutes pièces » une représentation *ad hoc* du problème.

Quels gestes professionnels attendus?

Il est urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève.

Face à un nouveau problème, en enrichissant sa mémoire, l'élève sera plus à même de pointer des analogies avec quelque chose de déjà rencontré, au moins en partie.

Cet enrichissement passe nécessairement par la rencontre des élèves avec des problèmes **qu'ils mènent à terme** (assister à une correction collective ou même à une mise en commun des productions des autres élèves est INSUFFISANT !!)

Or, La difficulté persistante des élèves réside dans le fait que les élèves ne rencontrent pas assez de véritable occasion de résoudre des problèmes.

Un questionnement:

Quelles « idées », dans le temps court de la résolution d’un problème numérique, sont susceptibles de provoquer une avancée vers la réponse ou au contraire un blocage ?

Les enquêtes et évaluations montrent que le traitement par les élèves est trop souvent erroné, utilisant à mauvais escient les opérations arithmétiques.

De l’importance des connaissances mises en jeu dans les problèmes élémentaires (1)

– **Certains élèves infèrent directement du contexte l’opération**, montrant le rôle de leur mémoire des problèmes.

De l'importance des connaissances mises en jeu dans les problèmes élémentaires (2)

- **D'autres convoquent l'opération de manière moins immédiate, inférant plutôt le champ conceptuel**: hésitation entre addition et soustraction ou entre multiplication et division, et décidant ensuite de la « bonne » opération par différents types de contrôle. Parfois ils testent successivement plusieurs opérations : ils évaluent ou calculent le résultat avec l'une, puis l'acceptent ou le rejettent et alors essaient une autre opération:
- L'**inférence sémantique , doute lié au contexte mettant en œuvre deux types de contrôle pour départager deux choix d'opérations:**

    - **le contrôle pragmatique:** en analysant l'ordre de grandeur du résultat calculé relativement au contexte (*c'est beaucoup trop,* sous-entendu pour le poids d'une table)

    - **Le contrôle sémantique,** qui renforce pour elle l'idée de la division (*partager c'est diviser*). Les deux contrôles pouvant faire rejeter l'une ou l'autre des opérations.

Quel type d’inférences et de contrôle sur le calcul proposé?

Les inférences et les contrôles sont des constructions mentales personnelles (souvent implicites, voire inconscientes) qui font avancer le sujet. Un contrôle n’assure pas nécessairement une réponse exacte : il s’agit d’un contrôle-vérification.

Contrôle de nature sémantique: c’est l’interprétation de la situation du problème, comme l’évoque notamment Vergnaud, une interprétation liée à la représentation que l’élève se fait du problème (au sens de Julo, 1995) qui déclenche des associations de type : « partager c’est diviser » ; « plusieurs fois c’est multiplier’.

Contrôle de nature pragmatique: c’est la connaissance du réel évoquée par le texte du problème qui permet d’inférer et/ou qui régule le résultat (par exemple l’ordre de grandeur) et éventuellement convainc l’élève de s’engager dans un autre calcul.

Contrôle de nature syntaxique: ce sont les transformations d’écritures et reformulations langagières d’une part, et les conversions entre oral et écrit d’autre part. Ex: *il faut faire 573 plus quelque chose égale 1260* » peut la convertir en l’écriture 573 + ?=1260 ou la transformer en 1260 - 573

- Contrôle **pragmatique** : calcul contrôlé par comparaison avec connaissance de la réalité évoquée, puis accepté ou rejeté ou re-questionné

Deb suite

CH *alors qu'est ce que c'est 12*
Deb *le poids d'une table*
CH *es tu sure de ça*
Deb *non ça m'étonnerait*
CH *pourquoi ça t'étonnerait*
Deb *bah c'est beaucoup / c'est pas assez je veux dire*

Deb **sait qualifier** le résultat

Résultat en possible conflit avec contrôle pragmatique

- Inférence et contrôle **sémantique** : *partager c'est une division ; fois c'est multiplier; si on fait une multiplication on va trouver plus*

DIA 18 : Deb a sans doute mis en œuvre un telle inférence sémantique

Deb , un peu plus tard encore

CH *pourquoi tu penses que c'est l'opération qui va te permettre de trouver le résultat*

Deborah *bah parce qu'on peut faire une multiplication / 300 multiplié par 25 c'est pas possible/ c'est beaucoup trop / ni une soustraction /donc je pense faire une division / et aussi parce qu'il faut partager / il faut / oui / faut partager*

Conflit précédent réglé par contrôle sémantique

Inférence et contrôle **syntaxique** : conversion en écriture à trou (pré-algébrique) ; voire transformation en écriture « directe »

« *il faut faire 573 plus quelque chose égale 1260* »

Écriture de 573 + ? =1260

ET

- recherche par approximation
- OU conversion en 1260-573 et calcul

Pour 1860 voitures en cartons de 6 :

« *j'ai essayé de faire 6 fois quelque chose .....* »

Écriture de 6 x ? =1860

ET

- recherche par approximation

- Les inférences sont des constructions mentales personnelles à partir du problème qui font avancer
- Les inférences et ou contrôles peuvent avoir des domaines de validité limités !!
- Les contrôles sémantiques peuvent ne pas donner le bon résultat
- Les contrôles pragmatiques peuvent ne pas donner le bon résultat

UN CONTRÔLE pragmatique ou sémantique N'EST PAS UNE CERTITUDE DE BONNE RÉPONSE : c'est une construction mentale qui fait partie du raisonnement

LES INFERENCES syntaxiques sont à enseigner spécifiquement, et aussi en décroché de la résolution de problèmes.

Les problèmes complexes Ceux que l’on peut également qualifiés de « problèmes à étapes »

Un problème complexe se définit par l’agrégat de problèmes élémentaires cachés.

Ex: *Au cinéma ‘Royal Ciné’ un adulte paye 6€ par séance et un enfant paye 4€ par séance. À la séance de l’après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est 542€. Combien y avait-il d’enfants à la séance de l’après-midi ?*

L’enjeu pour l’élève consiste à construire les problèmes élémentaires sous-jacents et calculables:

-séance du soir : nombre de personnes, prix que payent les adultes, prix que payent les enfants, PUIS recette du soir ;
- séance de l’après midi : prix que payent les adultes ;
- nombre d’adultes PUIS recette venant des adultes sur les deux séances.

Les gestes mentaux supposés

- Mettre en relation, de **connecter** des informations (souvent éloignées l'une de l'autre dans le texte)

- Identifier quels problèmes (ou sous-problèmes) sont calculables (et donc avoir mis en mémoire antérieurement des problèmes élémentaires résolus)

- **Qualifier les résultats intermédiaires.** Cette capacité est souvent fortement déficitaire chez les élèves confrontés aux problèmes complexes.

Focale sur cet élément fondamental et implication sur les gestes professionnels:

Tout au long de la résolution de problèmes complexes, l’élève doit faire l’effort constant de qualifier chacune des grandeurs identifiées puis calculées.
On distingue la **qualification faible d’une réponse** (le fait de préciser l’unité de mesure, comme le prix par exemple) de la **qualification** ??? (le fait d’expliciter le rôle que joue la grandeur dans le problème (ici le prix qu’ont payé les enfants à la séance du soir).

Cette capacité à qualifier est cruciale pour l’élève au long de sa résolution:
Ex de problème: *Le libraire dit : « Avec mes 2255 €, si j’achète 36 livres d’art à 62 €, il me restera 13 €. » A-t-il raison ?*
Il a écrit sur son brouillon :
2255 : euros
36 : livre d’arts
62 : prix des livre d’arts.

Points de vigilance pour l’enseignement

1- Pour permettre à l’élève de résoudre des problèmes complexes, il est absolument nécessaire que celui-ci dispose d’une **mémoire des problèmes** résolus, qui permet l’inférence de l’opération ou du champ conceptuel dont relève le problème => Nécessité de programmer et renforcer l’enseignement des problèmes élémentaires.

2- Nécessité pour l’élève de **connecter** des informations en construisant des sous-problèmes calculables, souvent **élémentaires, et** utiles pour avancer vers la réponse (représentation du problème).

3- Automatiser chez l’élève, durant toute l’investigation la **qualification d’une réponse**

Nécessité de programmer et renforcer l’enseignement des problèmes élémentaires, oui mais lesquels?

Les **problèmes élémentaires** arithmétiques sont définis et hiérarchisés selon la complexité des raisonnements en jeu. Ce modèle des structures additives et des structures multiplicatives a été développé notamment par Gérard Vergnaud (1990) qui a proposé une classification précise.

Ces travaux règlent aussi la question du « sens des opérations » grâce aux structures additives et multiplicatives : **le sens de l’addition, indissociable de celui de la soustraction, serait constitué par le fait de savoir résoudre des problèmes élémentaires de structure additive, ce sens s’enrichirait lors de la résolution de problèmes relevant de** raisonnements plus complexes.

=>

Pour illustrer, voici des exemples de problèmes élémentaires multiplicatifs.

- Une piste d'athlétisme mesure 400 m. Paul fait 5 tours de piste. Quelle distance a-t-il parcourue ? *Problème élémentaire en CE2*
- Dans cette salle il y a 18 rangées de 25 fauteuils. Combien de personnes peuvent s'asseoir sur un fauteuil ? *Problème élémentaire en CE2 °*
- Pierre met huit min pour aller de chez lui à l'école. Zélie met quatre fois plus de temps. Combien de temps met Zélie ? *Problème élémentaire en CE2 °*
- Cette salle comporte 400 places disposées en 25 rangées régulières. Combien de places par rangée ? *Problème élémentaire en CM*

- Alice met douze min pour aller de chez elle à l'école, trois fois moins de temps que Ryan. Combien de temps met Ryan ? *Problème élémentaire en CM*

Caractéristiques des Problèmes basiques:

- **Pas de donnée superflue**
- **Une syntaxe facile**
- **Un contexte facile à comprendre (a priori)**

Bruno pèse 42,5 kg. Julien pèse 2,7 kg de plus que Bruno.

Quel est le poids de Julien ?

Je pèse 35 kg. Mon frère pèse 12 kilogrammes de plus que moi.

Combien mon frère pèse-t-il ?

Amélie a 71€. Jean a 38 € de moins qu'Amélie.

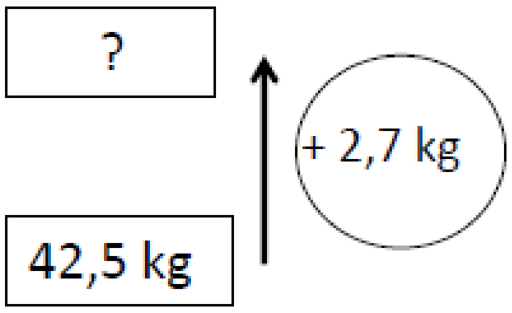
Quelle somme d'argent possède Jean ?

Pierre a 100 € ; il a 20 € de plus que Julien.

Combien d'argent a Julien ?

Un zèbre pèse 270 kg soit 230 kg de moins que la girafe.

Combien pèse une girafe ?



Référent Bruno

Bruno : problème de comparaison additive

Bruno pèse 42,5 kg. Julien pèse 2,7 kg de plus que Bruno.

Quel est le poids de Julien ?

Je pèse 35 kg. Mon frère pèse 12 kilogrammes de plus que moi.

Combien mon frère pèse-t-il ?

Amélie a 71€. Jean a 38 € de moins qu'Amélie.

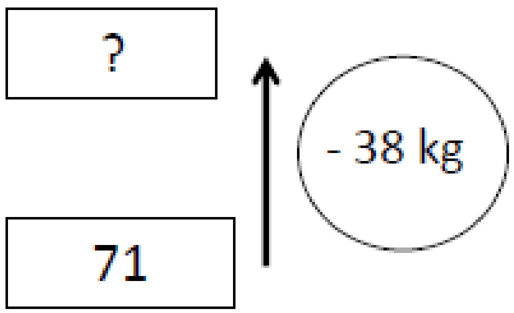
Quelle somme d'argent possède Jean ?

Pierre a 100 € ; il a 20 € de plus que Julien.

Combien d'argent a Julien ?

Un zèbre pèse 270 kg soit 230 kg de moins que la girafe.

Combien pèse une girafe ?



Référent Amélie

Contexte des âges

François 1er est né en 1494 et a vécu jusqu'à l'âge de 53 ans.

En quelle année est-il mort?

En quelle année est né Léonard de Vinci, mort en 1519 à l'âge de 67 ans ?

Isabelle Blanc aura 32 ans en juillet 2010.

Quelle est son année de naissance ?

$\boxed{1494} \xrightarrow{+53} \boxed{?}$

$\boxed{?} \xrightarrow{+67} \boxed{1519}$

$\boxed{?} \xrightarrow{+32} \boxed{2010}$

Ce sont des problèmes de transformations d'états (état= là position sur « droite » du temps), mais l'inconnue porte sur état final (pb François) ou sur état initial (pb Léonard et Isabelle)

L'enseignant qui sait les catégoriser pourrait prévoir la hiérarchie des difficultés

Attention, dans une classe, des problèmes non élémentaires à un moment donné peuvent le devenir s'ils sont fréquentés à l'école et après que les problèmes élémentaires relevant du même raisonnement aient été travaillés et résolus par l'élève.

Par exemple, le problème *Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. Pierre a 3 pommes. Combien de pommes a Anne ?* n'est pas un problème élémentaire en début au CP, à cause de sa formulation : la réponse donnée en CP est d'ailleurs souvent 9. Par contre, le problème *Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. 3 des pommes appartiennent à Pierre, les autres appartiennent à Anne. Combien de pommes a Anne ?* est un problème élémentaire au CP. Le nombre de réponses correctes augmente de façon significative par rapport au précédent.

Points de vigilance

La typologie Vergnaud de problèmes (avec repérage de la place de l’inconnue) sont des outils pour l’enseignant:

- pour construire des séries de problèmes ressemblants (au sens ci-dessus),
- pour ne pas évaluer les élèves sur des types de problèmes qu’il n’aurait pas fait travailler.

Il en est de même des schémas Vergnaud associés à ces problèmes. Ces schémas ne sont pas proposés pour faire l’objet d’un enseignement.

Comment enseigner ces problèmes élémentaires?

Rappel, l’objectif doit être clair: Il s’agit de permettre aux élèves de **réussir seuls** ces problèmes. **Il est urgent de consacrer plus de temps à la résolution de problèmes élémentaires.**

A- Un dispositif d’enseignement à retenir: viser une catégorisation, implicite ou explicite des problèmes résolus.

La thèse de Priolet (2008) va dans ce sens (explicite) en apprenant à l’élève à relier les problèmes résolus et à consigner ces relations dans **un outil structurant.**
Les recherches de Julo (1995), reprises et étendues par Nguala (2009) visent à faciliter la construction de la représentation du problème **en proposant à la résolution, non pas un seul problème à la fois, mais plusieurs problèmes, qui se ressemblent quant aux raisonnements en jeu et aux données numériques, mais qui ont des contextes évoqués différents.**
Ce dispositif augmente la réussite à chaque problème et a priori (du moins théoriquement) concourt à la mémorisation des problèmes … résolus

B- Une autre proposition de dispositif: les variations de problèmes

Il s’agit d’apprendre aux élèves à voir dans la même situation (de tous les jours ou en mathématiques) différentes façons de combiner des nombres, de demander aux élèves résoudre non pas un, mais une série de problèmes ressemblants (**même contexte, mêmes valeurs numériques, mais calculs relationnels différents : combinaison, changement, comparaison**) accompagnés de schémas (graphiques) de résolution, puis d’inciter les élèves, après résolution, à formuler des ressemblances et des différences entre ces problèmes.

En conclusion.
Les apports didactiques au service d'une pédagogie plus efficiente:

- Comprendre ce qui se joue pour le sujet dans la résolution, notamment cette dialectique (mentale) entre inférence automatique d'une stratégie efficace (**mémoire des problèmes**) et construction d'une nouvelle stratégie si le problème n'évoque rien de connu

- Considérer comme un objectif premier d'enrichir la mémoire des problèmes résolus de chaque élève, puisque la richesse de cette mémoire conditionne la réussite à de nouveaux problèmes : exploiter les dispositifs qui vont dans ce sens (développement), en bâtir d'autres (recherches)

- Penser **le sens d'une opération** (qui s'enrichit progressivement) comme **la capacité à résoudre des problèmes** (relevant de raisonnements progressivement plus complexes, au sens de Vergnaud) **qui relèvent du champ conceptuel.**

- Envisager les problèmes en trois types, notamment pour leur fonction dans la résolution de problèmes :
  - **problèmes élémentaires** dont il est attendu une résolution « automatisée » ;
  - **problèmes complexes**, agrégats de problèmes élémentaires dont la construction et/ou la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, sont à la charge de l'élève ;
  - **problèmes a-typiques** dont la résolution demande la construction d'une stratégie, à défaut d'une ressemblance que percevrait le sujet avec un problème déjà résolu.

Incontournables de l’enseignement de la résolution de problème :

- Variété des problèmes proposés
- Fréquence
- Progressivité
- Anticipation de l’étayage et de la différenciation
- Permettre à chaque élève d’être impliqué dans la résolution et de produire une solution.